

УДК 621.771.27

С.А. Снитко /д.т.н./

ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет» (Донецк)

Н.П. Денищенко

ГОУ ВО ЛНР «Донбасский государственный технический институт» (Алчевск)

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОВЕРХНОСТИ КРУГЛОГО КАЛИБРА

*Разработаны математические модели контура и поверхности круглого калибра. На этой основе получены аналитические формулы для расчета таких параметров, как длина очага деформации, степень и скорость деформации, фактор формы очага деформации с учетом влияния текущей координаты по ширине круглого калибра. Формулы получены для оценки неравномерности деформации металла по ширине круглого калибра при прокатке овальных раскатов различных типов.*

**Ключевые слова:** математическая модель поверхности круглого калибра, аналитическая формула, длина очага деформации, степень и скорость деформации, фактор формы очага деформации.

### Постановка проблемы

Система калибров овал-круг имеет широкое распространение. На практике применяют одно-радиусные, двух- и трехрадиусные, а также плоские овалы. При этом актуальными вопросами являются повышение стойкости калибров и устойчивости раската в проводках и в круглом калибре, а также снижение неравномерности деформации металла по ширине круглого калибра.

Использование современных подходов, реализуемых на базе аналитических и численных методов, требует создания модели поверхности круглого калибра, на базе которой возможно решение многих задач, связанных с проектированием рациональных калибровок для прокатки широкого сортамента круглых профилей.

### Анализ последних исследований и публикаций

В трудах известных ученых Бахтинова В.Б., Литовченко Н.В. и др. отмечается, что система овал-круг применяется как одна из систем вытяжных калибров, а также как система предчистового и чистового калибров при прокатке круглых профилей.

В первом случае форма черновых калибров при использовании этой системы обеспечивает плавный переход от одного профиля к другому, что актуально при прокатке качественной и легированной стали. В этом случае также можно получать готовый круглый профиль из черновых промежуточных калибров.

Во втором случае предчистовой и чистовой калибры при использовании этой системы позволяют обеспечить точность готового круглого профиля.

Теоретическим и технологическим вопросам совершенствования системы калибров овал-круг посвящены публикации [1...4 и др.], что свидетельствует об актуальности темы.

В известных методиках [5...8] определение ряда параметров, таких как размеры (высота и ширина) предчистового раската, абсолютное обжатие, уширение и др., выполняется по упрощенным эмпирическим формулам. А определение таких важных параметров, как степень и скорость деформации, фактор формы очага деформации, длина дуги контакта, площадь контактной поверхности и др., выполняется по эмпирическим формулам, которые не учитывают влияние текущей координаты по ширине круглого калибра.

### Цель (задачи) исследования

Целью работы является создание математических моделей контура и поверхности круглого калибра и разработка на этой основе аналитических формул для расчета таких параметров, как длина очага деформации, степень и скорость деформации, фактор формы очага деформации с учетом влияния текущей координаты по ширине круглого калибра.

### Основной материал исследования

Разработаем математическую модель контура круглого калибра (рис. 1), который образован дугой окружности с радиусом  $R$  и отрезком соприкасающейся с ней прямой в зоне выпуска.

На рис. 1 используются следующие обозначения:  $D$  – диаметр валка по разъему круглого калибра;  $h$  – глубина ручья круглого калибра;  $R$  – радиус круглого калибра;  $B_0$  – ширина

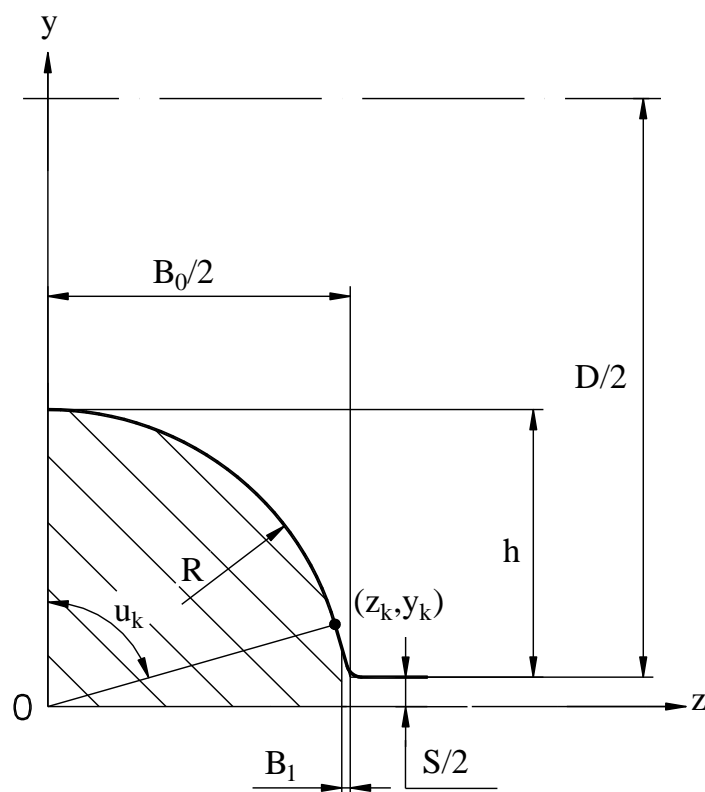


Рис. 1. Круглый калибр в плоскости  $yOz$

круглого калибра;  $B_1$  – незаполнение круглого калибра;  $S$  – межвалковый зазор;  $z_k, y_k$  – координаты точки сопряжения касательной, проведенной из точки скелета круглого калибра (определяющей его ширину) к дуге окружности с радиусом  $R$ ;  $u_k$  – угол между прямой, соединяющей точку сопряжения  $(z_k, y_k)$  с центром координат, и осью  $Oy$ .

Так как круглый калибр является симметричным относительно его горизонтальной и вертикальной осей, то рассмотрим его четвертую часть. В контур калибра входит дуга окружности с радиусом  $R$  и выпуск, выполненный по касательной к ней. То есть из точки с координатами  $\left(\frac{B_0}{2}, \frac{S}{2}\right)$  (см. рис. 1) проводится касательная к окружности с радиусом  $R$ , у которой центр имеет координаты  $\left(0, \frac{S}{2} + h - R\right)$ . Получим формулы

для расчета  $z_k, y_k, u_k$ . Координаты точки сопряжения прямой, проходящей через точку  $\left(\frac{B_0}{2}, \frac{S}{2}\right)$ , с окружностью, у которой координаты центра  $(0, y_n)$ , где  $y_n = \frac{S}{2} + h - R$ , определяются

в результате совместного решения уравнений окружности (описывающей дугу калибра с радиусом  $R$ ) и прямой с угловым коэффициентом  $k$  (описывающей выпуск калибра):

$$z^2 - (y - y_n)^2 = R^2, \quad (1)$$

$$y = k \left( z - \frac{B_0}{2} \right) + \frac{S}{2}. \quad (2)$$

Угловым коэффициентом  $k$  определяем из условия, что дискриминант квадратного уравнения, полученного в результате подстановки уравнения прямой в уравнение окружности, равняется нулю. В этом случае получим касание прямой и окружности. Выражение для углового коэффициента касательной будет иметь вид:

$$k = \frac{-\left(\frac{S}{2} - y_n\right) \cdot \frac{B_0}{2} + R \cdot \sqrt{\left(\frac{B_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{S}{2} - y_n\right)^2} - R^2}{R^2 - \left(\frac{B_0}{2}\right)^2}. \quad (3)$$

Соответственно, для координат точки касания  $(z_k, y_k)$  получаем следующие выражения:

$$z_k = \frac{\frac{B_0}{2} \cdot k^2 - k \cdot \left(\frac{S}{2} - y_n\right)}{1 + k^2}, \quad (4)$$

$$y_k = k \left( z_k - \frac{B_0}{2} \right) + \frac{S}{2}.$$

Угол  $u_k$  между прямой, соединяющей центр окружности с точкой касания, и вертикальной осью равен:

$$u_k = \frac{180}{\pi} \cdot \arcsin\left(\frac{z_k}{R}\right). \quad (5)$$

На рис. 1 заштрихованная часть сечения является раскатом. Его ширина определяется прямой  $z = \frac{B_0}{2} - B_1$ .

Разработаем математическую модель поверхности круглого калибра. Найдем поверхность вращения дуги 1, показанной на рис. 2, относительно оси валка, имеющего диаметр  $D$ . Указанная дуга окружности с радиусом  $R$  имеет центр в точке с координатами  $(z_u, y_u)$ , где  $z_u = 0$ , а  $y_u = \frac{S}{2} + D - h + R$ .

Из уравнения окружности

$$(z - z_u)^2 + (y - y_u)^2 = R^2$$

находим уравнение дуги 1 (рис. 2):

$$y = y_u - \sqrt{R^2 - (z - z_u)^2}. \quad (6)$$

Чтобы получить уравнение поверхности, образованной вращением дуги 1 вокруг оси валка, нужно в уравнение (6) вместо  $y$  подставить выражение для радиуса вращения  $R_{ep}$  произвольной точки дуги 1, которое имеет вид:

$$R_{ep} = \sqrt{X^2 + \left(Y - \left(\frac{S}{2} + \frac{D}{2}\right)\right)^2}. \quad (7)$$

В результате вышеуказанной подстановки получим:

$$\sqrt{X^2 + \left(Y - \left(\frac{S}{2} + \frac{D}{2}\right)\right)^2} = y_u - \sqrt{R^2 - (Z - z_u)^2}, \quad (8)$$

где  $X, Y, Z$  – координаты точки на поверхности вращения дуги 1 (рис. 2).

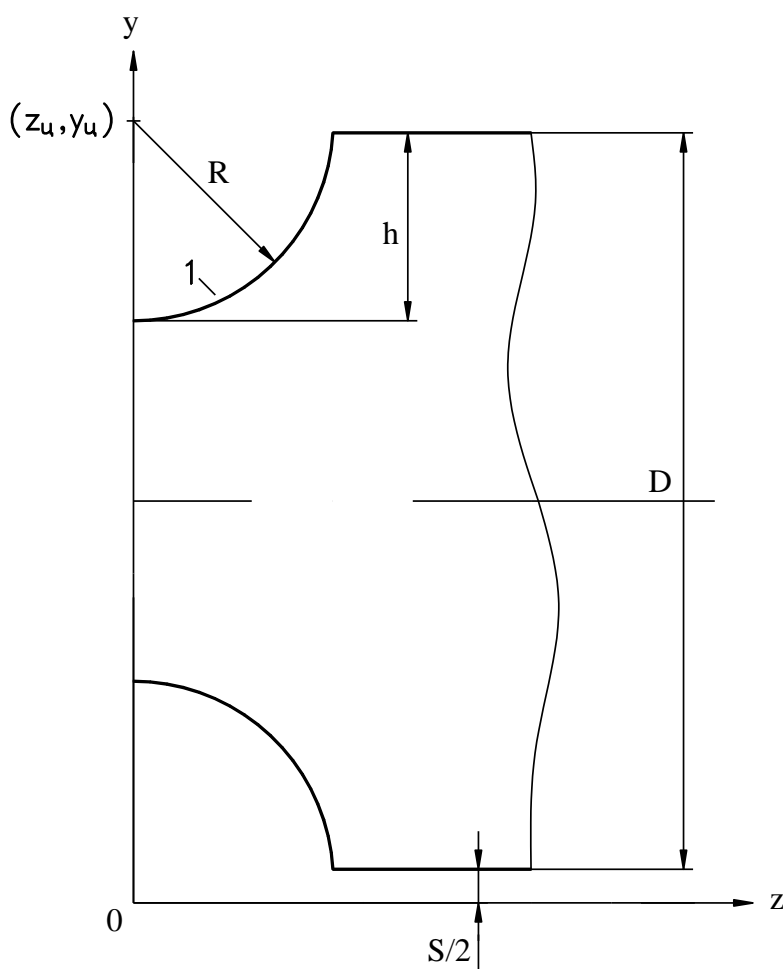


Рис. 2. Контур сечения валка в плоскости  $yOz$ :

1 – дуга окружности радиуса  $R$  с центром в точке  $(z_u, y_u)$ , которая описывает контур ручья круглого калибра без учета выпуска

Возведя обе части уравнения (8) в квадрат, получаем математическую модель поверхности круглого калибра (9):

$$X^2 + \left( Y - \left( \frac{S}{2} + \frac{D}{2} \right) \right)^2 - y_u^2 + 2y_u \sqrt{R^2 - (Z - z_u)^2} - R^2 + (Z - z_u)^2 = 0. \quad (9)$$

На рис. 3 показано сечение поверхности круглого калибра в плоскости  $yOx$  в момент контакта с подкатом (при  $z=z_T$ ) (рис. 4).

Разработка математической модели поверхности круглого калибра (9) в зоне дуги окружности с радиусом  $R$  дает возможность получить аналитические формулы для расчета таких параметров, как длина очага деформации, степень и скорость деформации, фактор формы очага деформации с учетом влияния координаты  $z$  по ширине круглого калибра.

После выбора типа овального калибра (одно- радиусного, двух- или трехрадиусного или плоского), который предшествует круглому калибру, выполняется его проектирование. В этом случае обжатие  $\Delta h(z_T)$  (рис. 4) в зависимости от текущей координаты  $z_T$  по ширине калибра является известным. На рис. 4 совместно с контуром круглого калибра показана часть контура подката, проходящая через точку  $A$ , соответствующую текущей координате  $z_T$ , в которой обжатие металла равно  $\Delta h(z_T)$ .

При  $z=z_T$  половина высоты прокатанного круглого профиля ( $y_T$ ) равна:

$$y_T = \left( \frac{S}{2} + h - R \right) + \sqrt{R^2 - z_T^2}. \quad (10)$$

При известных значениях координат  $z_T$  и  $y_T$ , которые соответствуют точке  $A$  (точке первоначального контакта металла с поверхностью калибра, рис. 3, 4), длина очага деформации определяется из уравнения (9) и имеет вид:

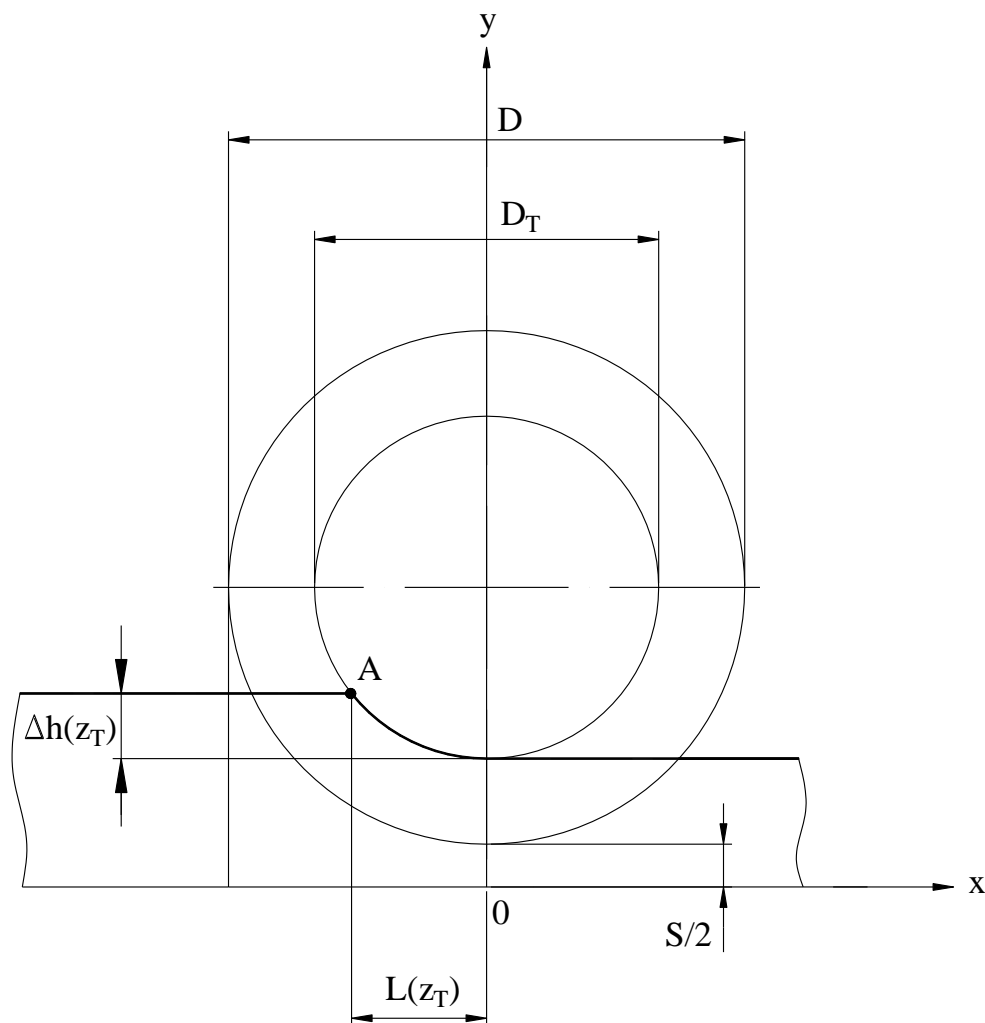


Рис. 3. Сечение вала и полосы в зоне круглого калибра в плоскости  $yOx$ , сечение выполнено при  $z=z_T$ ,  $D_T=D+S-2y_T$

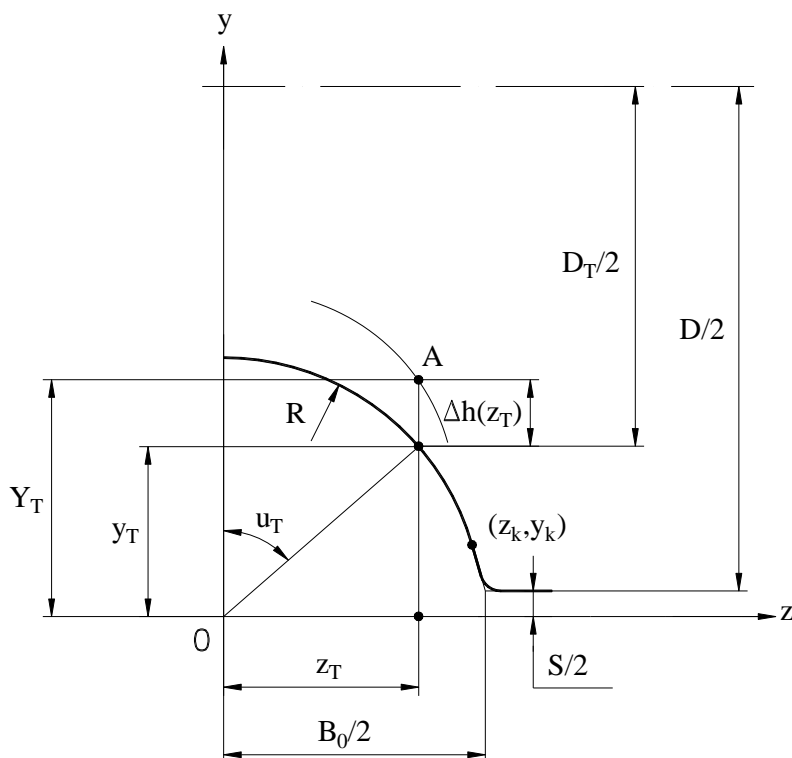


Рис. 4. Схема совмещенного построения части подката в зоне точки A первоначального контакта металла при  $z=z_T$  и круглого калибра

$$L(z_T) = \left( \left( y_T - \left( \frac{S}{2} + \frac{D}{2} \right) \right)^2 - y_u^2 + \right. \\ \left. + 2y_u \sqrt{R^2 - (z_T - z_u)^2} - R^2 + (z_T - z_u)^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (11)$$

При  $z=z_T$  половина высоты задаваемого подката ( $Y_T$ ) равна (см. рис. 4):

$$Y_T = \left( \frac{S}{2} + h - R \right) + \sqrt{R^2 - z_T^2} + \Delta h(z_T). \quad (12)$$

Степень деформации в зависимости от текущей координаты  $z_T$  по ширине круглого калибра равна:

$$\varepsilon(z_T) = \frac{\Delta h(z_T)}{Y_T}. \quad (13)$$

Степень логарифмической деформации в зависимости от текущей координаты  $z_T$  по ширине круглого калибра равна:

$$\bar{\varepsilon}(z_T) = \ln \left( \frac{Y_T}{y_T} \right). \quad (14)$$

Скорость деформации в зависимости от текущей координаты  $z_T$  по ширине круглого калибра равна:

$$u(z_T) = \frac{\varepsilon(z_T)}{\tau} = \frac{\varepsilon(z_T)}{L(z_T)} \cdot V(z_T) = \frac{\pi \cdot D_T \cdot n \cdot \varepsilon(z_T)}{60 \cdot L(z_T)}, \quad (15)$$

где  $V(z_T)$  – окружная скорость вращения вала, соответствующая  $D_T = D + S - 2y_T$ ;  $n$  – угловая скорость вращения вала (об/мин).

Фактор формы очага деформации в зависимости от текущей координаты  $z_T$  по ширине круглого калибра равен:

$$\frac{L(z_T)}{Y_T + y_T}. \quad (16)$$

## Выводы

Разработана математическая модель поверхности круглого калибра. На ее основе получены аналитические формулы для расчета таких параметров, как длина очага деформации, степень и скорость деформации, фактор формы очага деформации с учетом влияния текущей координаты по ширине круглого калибра. Анализ указанных параметров применительно к различным типам овальных калибров (раскатов) позволяет оценить неравномерность деформации металла по ширине круглого калибра и, в итоге, разработать рациональные калибровки для прокатки широкого сортамента круглых профилей.

## Список литературы

1. Hong, H. Roll pass design and simulation on

- continuous rolling of alloy steel round bar // Procedia Manufacturing: 9th International Conference on Physical and Numerical Simulation of Materials Processing (ICPNS'2019). – 2019. – Vol.37. – P. 127-131.
2. Dong, Y. Research on the characteristics of forward slip and backward slip in alloyed bar rolling by the round-oval-round pass sequence / Y. Dong, J. Song // International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2016. – No.9. Vol.87. – P. 3605-3617.
  3. Mathematical model of neutral line on the contact zone in alloyed bar rolling by the round-oval-round pass sequence / Y. Dong et al. // International Journal of Mechanical Sciences. – 2016. – Vol.115-116. – P. 180-189.
  4. Dong, Y. A New Analytical Model for the Calculation of Mean Roll Radius in Round-oval-round Alloy Bar Rolling / Y. Dong, W. Zhang, J. Song // ISIJ International. – 2006. – Iss.10. Vol.46. – P. 1458-1466.
  5. Илюкович, Б.М. Прокатка и калибровка. Т.I (Справочник) / Б.М. Илюкович, Н.Е. Негаев, С.Е. Меркурьев. – Днепропетровск: РВА «Дніпро-ВАЛ», 2002. – 506 с.
  6. Бахтинов, В.Б. Технология прокатного производства. – М: Металлургия, 1983. – 486 с.
  7. Николаев, В.А. Деформация металла при прокатке в калибрах: Монография. – Запорожье: Издательство Запорожской государственной инженерной академии, 2006. – 196 с.
  8. Шум, В.Б. Чистовой универсальный калибр для прокатки круглых профилей / В.Б. Шум, Е.Н. Смирнов, А.В. Яковченко // Научные труды ДонНТУ. Металлургия. – 2008. – Вып.10(141). – С. 178-184.

**S.A. Snitko /Dr. Sci. (Eng.)/**

*Donetsk National Technical University (Donetsk)*

**N.P. Denishchenko**

*Donbas State Technical Institute (Alchevsk)*

## A MATHEMATICAL MODEL OF THE ROUND GAUGE SURFACE

**Background.** The oval-round gauge system is widely used. In practice, one-radius, two- and three-radius, as well as flat ovals used. At the same time, the most important issues are to increase the stability of gauges and roll stability in the roller fittings and in the round gauge, as well as to reduce the uneven deformation of the metal along the width of the round gauge.

**Materials and/or methods.** The use of modern approaches implemented on the basis of analytical and numerical methods requires the creation of a model of the surface of a round gauge, on the basis of which it is possible to solve many problems related to the design of rational calibrations for rolling a wide range of round profiles.

**Results.** Mathematical models of the contour and surface of a round gauge are developed. On this basis, analytical formulas are obtained for calculating parameters such as the length of the deformation centre, the degree and speed of deformation, and the shape factor of the deformation centre, taking into account the influence of the current coordinate along the width of the round gauge.

**Conclusion.** Analysis of such parameters as the length of the deformation centre, degree and rate of the deformation, shape factor of the deformation centre taking into account the influence of the current position across the width of the round gauge for the various types of oval gauges (rolls) allows to evaluate the uniformity of metal deformation across the width of the round gauge, and ultimately, to develop a rational calibration for rolling of a wide assortment of round profiles.

**Keywords:** mathematical model of a round gauge surface, analytical formula, length of the deformation centre, degree and rate of deformation, shape factor of the deformation centre.

### Сведения об авторах

**С.А. Снитко**

SPIN-код: 8463-3786  
 Author ID: 844696  
 ORCID iD: 0000-0002-1099-5801  
 Телефон: +380 (71) 420-66-39  
 Эл. почта: snitko\_sa@mail.ru

**Н.П. Денищенко**

SPIN-код: 2571-3526  
 Author ID: 1091297  
 ORCID iD: 0000-0002-7274-3466  
 Телефон: +380 (72) 131-77-32  
 Эл. почта: nd76696@gmail.com

*Статья поступила 26.11.2020 г.*

*© С.А. Снитко, Н.П. Денищенко, 2020*

*Рецензент д.т.н., проф. А.В. Яковченко*